

A Fast Parallel Implicit Method for Solving Black-Scholes Partial Differential Equation

Ikuya Uematsu* and Lei Li**

**New Energy and Industrial Technology Development Organization, Kawasaki City, Kanagawa, 212-8554 Japan*

***Faculty of Science and Engineering, Hosei University, Koganei City, Tokyo 184-8584 Japan
lilei@hosei.ac.jp*

Abstract

The Option is well known as one of the typical financial derivatives. In order to determine the price of this option, the finite difference method is used, which must be calculated using the Black-Scholes partial differential equation. In this paper, efficient computation is performed for tridiagonal Toeplitz linear equations which is needed when solving Black-Scholes partial differential equation. Let size of discretization with time is n , and size of discretization for property's value is m , we propose a method to find the solution with the required number of parallel steps of $4n \log m$, and the required number of processors $m + \log m$.

Key Words: Option Price, Parallel Algorithm, FDM, Toeplitz

Black-Scholes 偏微分方程式の高速並列陰解法

植松郁哉*, 李 磊**

* 〒212-8554 神奈川県川崎市 国立研究開発法人新エネルギー・産業技術総合開発機構

** 〒184-8584 東京都小金井市梶野町 3-7-2 法政大学理工学部応用情報工学科
E-mail: lilei@hosei.ac.jp

概 要

代表的な金融デリバティブの一つとして、オプションというものが存在する。このオプションの価格を決定する際には、二分木法、有限差分法、モンテカルロ法などが存在し、そのうち有限差分法を用いてオプションの価格を求める場合については、1973 年に Fisher Sheffey Black, Myron S. Scholes らによって提案された Black-Scholes 偏微分方程式を用いて計算を行う必要がある。本稿では、Black-Scholes 偏微分方程式を解く際に解を求める必要のある三対角 Toeplitz 型連立一次方程式に対して、効率的な並列計算を行うことによって、時間に対する離散化を n 、資産価値に対する離散化を m 、で行ったときに、必要計算ステップ数が $4n \log m$ かつ必要プロセッサ数 $m + \log m$ で解を求める手法の提案を行う。また、GPU (Graphics Processing Unit) を用いた並列計算のプラットフォームである Cuda を用いることによって既存研究の提案アルゴリズムと比較した性能評価を行った。