

## On the Verification and the Estimation for Two Expansion Problems of L. Collatz Conjecture

Masato Urabe and Lei Li  
*Department of Applied Informatics, Faculty of Science and Engineering,  
Hosei University, Koganei, Tokyo 184-8584 Japan*  
E-mail. lilei@hosei.ac.jp

### Abstract

[9] presented two expansions  $5n+1$  problem and  $7n+1$  problem for L. Collatz Conjecture which is an unsolved problem, and confirmed two expansions are correct for all  $n < 100000 (=10^5)$ . And [10] proposed two approximate formulas of the average number of steps for  $5n+1$  problem and  $7n+1$  problem respectively. In this paper, we confirm that two expansions are correct for all  $n < 1000000000000 (=10^{12})$ , and propose two high precision formulas of the average number of steps for  $5n+1$  problem and  $7n+1$  problem respectively.

**Keywords:** Collatz Conjecture,  $5n+1$  problem,  $7n+1$  problem, Verification, average number of steps.

### コラッツ予想の拡張問題におけるコンピュータ検証 及び平均ステップ数の近似公式について

浦邊 諒大      李 磊

〒184 - 8584 東京都小金井市梶野町3 - 7 - 2 法政大学理工学部応用情報工学科

E-mail. lilei@hosei.ac.jp

### 概要

コラッツ予想とは、数論の未解決問題の一つであり、「任意の正の整数  $n > 1$  が奇数のとき、 $3n+1 \rightarrow n$  (3倍して1を足す)、偶数のとき、 $n/2 \rightarrow n$  (2で割る) 操作を繰り返して計算すれば、必ずその結果は1になる」ということを予想した問題である。[9]ではコラッツ予想を  $5n+1$  問題と  $7n+1$  問題に拡張させ、5桁 (2~100000) までのすべての正の整数が成り立つことを確認しているが、明らかに更なるコンピュータ実験による検証が必要である。また、[10]では再帰アルゴリズムの平均計算量の立場から考察した手法を用いて、理論的にコラッツ予想問題及びその拡張問題である  $5n+1$  問題と  $7n+1$  問題の平均ステップ数の近似公式をそれぞれ導出された。コラッツ予想の平均ステップ数の近似公式は非常に高い精度を示しているが、 $5n+1$  問題と  $7n+1$  問題の平均ステップ数の近似公式における計算機検証が行われていない。本稿では  $5n+1$  問題と  $7n+1$  問題において、コンピュータでそれぞれ12桁 ( $2 \sim 10^{12}$ ) までのすべての正の整数が成り立つことを確認し、平均ステップ数を集計した。そして、 $5n+1$  問題と  $7n+1$  問題に対し、それぞれ13桁~28桁 ( $10^{13} \sim 10^{28}$ ) までの正の整数では乱数を用いてステップ数を集計した。本稿の実験結果で得られたデータを最小二乗法で導出したそれぞれの近似公式は[10]で導出されたものよりも精度の高いことがわかる。

### 1. はじめに

コラッツ予想とは、「任意の正の整数  $n > 1$  が奇数のとき、 $3n+1 \rightarrow n$  (3倍して1を足す)、偶数のとき、 $n/2 \rightarrow n$  (2で割る) 操作を繰り返して計算すれば、必ずその結果は1になる」ということを予想した問題である。この問題に関心を持った数学者や研究